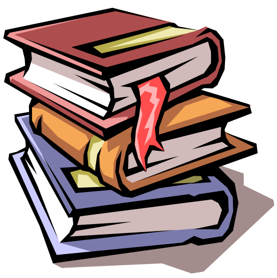
MINI-TAGE MAGE BLANC N°1

Sous-test de CALCUL - CORRECTION

Retrouvez ci-après la correction détaillée du Mini-Tage Mage Blanc

- Extraits exclusifs pour IPESUP de l'ouvrage *Objectif 600 au TAGE MAGE* (A. Lamy et I. Natan, éditions *Ellipses*), nouvelle version à paraître en janvier 2020

BON TRAVAIL.



▶ **Question 1.** *Difficulté* : ★★ Q.1 : *réponse D)*

▶ **Étape 1 : lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Il s'agit de travailler sur les nombres entiers naturels. Dans ce type d'exercice XY désigne le nombre formé dans l'ordre de X suivi de Y. Nous pouvons aussi l'écrire sous forme $10 \times X + Y$ si nécessaire, ou bien effectuer une résolution en distinguant les différentes valeurs possibles de chaque variable.

▶ **Étape 2 : quelle tactique de résolution ?** Nous allons lister tous les nombres XX possibles. Il y en a 9 !

▶ **Résolution.**
Les nombres XX tels que $2 \times XX$ donnent un nombre à trois chiffres ne sont pas nombreux, listons-les :

Valeur de X	Valeur de XX	Valeur de $2 \times XX$	$2 \times XX = YYZ$	Valeur de Y	Valeur de Z
1	11	22	non	impossible	impossible
2	22	44	non	impossible	impossible
3	33	66	non	impossible	impossible
4	44	88	non	impossible	impossible
5	55	110	**oui**	1	0
6	66	132	non	impossible	impossible
7	77	154	non	impossible	impossible
8	88	176	non	impossible	impossible
9	99	198	non	impossible	impossible

Ainsi : $X + 2Y + 3Z = 5 + 2 \times 1 + 3 \times 0 = 7$.

▶ **Question 2.** *Difficulté* : ★ Q.2 : *réponse B)*

▶ **Étape 1 : lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Cette question porte sur une série d'opérations classiques, où l'on vous donne les opérations successives et le résultat. Il s'agit de retrouver le nombre initial.

▶ **Étape 2 : quelle tactique de résolution ?** Nous allons effectuer les opérations en sens contraire, ce qui est plus rapide que de poser une équation et de la résoudre. À défaut, la tactique du consciencieux, comme d'habitude, fonctionne toujours !

▶ **Résolution.**

▷ **Méthode 1** : remontons la chaîne d'opérations en sens opposé. Les opérations sont, dans cet ordre :

$$+15 \text{ puis } /4 \text{ puis } -23 \text{ puis } /4.$$

Pour revenir au nombre initial, il faut faire le contraire de ces opérations en partant de la fin, en sens contraire, c'est-à-dire :

$$\times 4 \text{ puis } +23 \text{ puis } \times 4 \text{ puis } -15.$$

Allons-y : $20 \times 4 + 23 = 103$. $103 \times 4 = 412$. $412 - 15 = 397$. Le compte est bon !

▷ **Méthode 2** : la tactique du consciencieux est moins rapide, elle est néanmoins possible : en notant x le nombre recherché, nous savons que :

$$\frac{\dfrac{x+15}{4} - 23}{4} = 20,$$

soit en multipliant par 4 membre à membre puis en ajoutant 23 membre à membre :

$$\frac{x+15}{4} = 103,$$

soit en multipliant de nouveau par 4 membre à membre, puis en retranchant 15 :

$$x = 412 - 15 = 397.$$

Remarque

Dans la résolution du consciencieux, si vous lisez bien les différentes opérations entre chaque calcul, vous remarquerez que l'on effectue en réalité exactement les mêmes opérations que dans la méthode précédente ! Il s'agit en fait de la formalisation mathématique du principe ci-dessus, qui est seulement plus rapide à appliquer. Retenez cette méthode qui consiste à remonter la chaîne d'opérations en sens contraire.

▸ **Question 3.** *Difficulté* : ★★ Q.3 : *réponse D)*

▸ **Étape 1 : lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Une question classique portant sur les entiers naturels. Nous sentons bien que nous pouvons utiliser les solutions. Attention, la question porte sur les nombres qui ne sont pas premiers. Des nombres consécutifs sont des nombres qui se suivent : Enfin, dernier mécanisme en jeu, le mécanisme de la somme d'entiers consécutifs, qui, vous le savez, est lié au mécanisme de la moyenne arithmétique : une piste de résolution intéressante également !

▸ **Étape 2 : quelle tactique de résolution ?** Deux tactiques de résolution sont efficaces sur ce type de question : poser et résoudre l'équation, ou bien exploiter les liens entre moyenne et somme. À vous de choisir celle avec laquelle vous êtes le(la) plus à l'aise.

▸ **Résolution.**

▹ **Méthode 1** : Notons n le plus petit des quatre entiers naturels. Les suivants s'écrivent $n+1$, $n+2$ et $n+3$, nous pouvons donc poser l'équation :

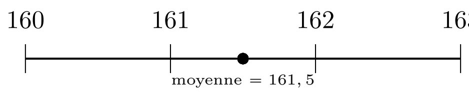
$$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 646,$$

soit : $4n + 6 = 646$, et donc : $4n = 640$. Finalement :

$$n = 160.$$

Les 4 entiers naturels dont il s'agit sont donc 160, 161, 162 et 163. Il est clair que 160 et 162 ne sont pas premiers puisqu'ils sont pairs. $161 = 23 \times 7$ donc 161 n'est pas premier non plus. Finalement, seul 163 est un nombre premier et il y a donc, parmi ces 4 nombres, 3 nombres non premiers.

▹ **Méthode 2** : Puisque la somme des 4 entiers vaut 646, leur moyenne vaut : $\dfrac{646}{4} = 161,5$. Puisque la moyenne est située graphiquement au milieu de la série, les nombres ne peuvent être que 160, 161, 162 et 163. La question s'achève de même.



▸ **Question 4.** *Difficulté* : ★★★ Q.4 : *réponse C)*

Une question portant sur une différence de carrés (mécanismes) doit tout de suite nous faire penser à une identité remarquable (connaissances) ! Pas de piège particulier ici. Les solutions, quant à elles, sont suffisamment éloignées les unes des autres pour nous permettre une résolution à l'aide d'ordres de grandeur !

▸ **Étape 2 : quelle tactique de résolution ?** Deux tactiques sont possibles ici : la tactique du consciencieux peut être appliquée, en exploitant l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ et en faisant preuve d'agilité dans les calculs. La tactique du fainéant fonctionne aussi si l'on exploite l'ordre de grandeur des solutions.

▸ **Résolution.**

▹ **Méthode 1** : appliquons l'identité remarquable du cours, et évitons les longs calculs en remarquant (cf. ci-dessous) que $999 = 1000 - 1$:

$$\begin{aligned} 2\,989^2 - 1\,990^2 &= (2\,989 - 1\,990)(2\,989 + 1\,990) \\ &= 4\,979 \times 999 \\ &= 4\,979 \times (1\,000 - 1) \\ &= 4\,979\,000 - 4\,979 \\ &= 4\,974\,021 - 4\,979. \end{aligned}$$

▷ **Méthode 2** : utilisons la tactique des ordres de grandeur :

$$2\,989^2 - 1\,990^2 \approx 3000^2 - 2000^2 \approx 9\,000\,000 - 4\,000\,000 \approx 5\,000\,000.$$

La seule réponse "proche" de 5 000 000 est 4 974 021.

▶ **Question 5.** *Difficulté* : ★ Q.5 : *réponse C)*

▶ **Étape 1 : lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Il s'agit d'une application typique de la règle de trois. Déjouez le piège : la vitesse est inutile, nous nous intéressons uniquement à la consommation !

▶ **Étape 2 : quelle tactique de résolution ?** Stockons les informations de l'énoncé dans un tableau et appliquons la règle de trois.

▶ **Résolution.**

Distance	Consommation d'essence
100	11
x	49, 5

Nous avons :

$$100 \times 49,5 = 11 \times x,$$

soit :

$$4\,950 = 11x.$$

NB : nous savons que 4 950 est divisible par 11 car la somme des chiffres de rang impair moins la somme des chiffres de rang pair donne 0 : $(4 + 5) - (9 + 0)$. 4950 est également divisible par 9 et par 10. Finalement la décomposition de 4 950 est : $4\,950 = 11 \times 5 \times 9 \times 10$ (voir le cours de mathématiques du présent ouvrage), et donc :

$$11 \times 5 \times 9 \times 10 = 11 \times x,$$

ce qui permet de conclure que : $x = 450$. La voiture effectuera donc une distance de 450 km.

▶ **Question 6.** *Difficulté* : ★★ Q.6 : *réponse D)*

▶ **Étape 1 : lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Une question classique sur la règle de trois. Attention, $N - 50$ n'est pas deux tiers de N mais deux tiers de la capacité totale de la salle !

▶ **Étape 2 : quelle tactique de résolution ?** appliquons la tactique du consciencieux ici.

▶ **Résolution.**

Soient N le nombre de spectateurs présents et T le taux de remplissage du théâtre. Nous savons que 450 spectateurs équivalent à un taux de remplissage de 1 (soit 100%). Nous savons aussi que $N - 50$ équivaut à un taux de remplissage de $\frac{2}{3}$. Ainsi :

$$N - 50 = \frac{2}{3} \times 450,$$

d'où :

$$N = 300 + 50 = 350.$$

Le taux de remplissage T se calcule à partir d'un banal produit en croix :

Nombre de spectateurs	Taux de remplissage
450	1
350	T

$$T = \frac{350 \times 1}{450} = \frac{35}{45} = \frac{7 \times 5}{9 \times 5} = \frac{7}{9}.$$

Le théâtre est rempli aux sept neuvièmes.

▶ **Question 7.** *Difficulté* : ★★★ Q.7 : *réponse C)*

▶ **Étape** 1 **: lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Il s'agit d'un dénombrement avec un ensemble découpé en 4 classes (2 catégories, deux fois de suite).

▶ **Étape** 2 **: quelle tactique de résolution ?** Nous pouvons, au choix, raisonner à l'aide d'un tableau, ou bien appliquer la formule des ensembles.

▶ **Résolution.**

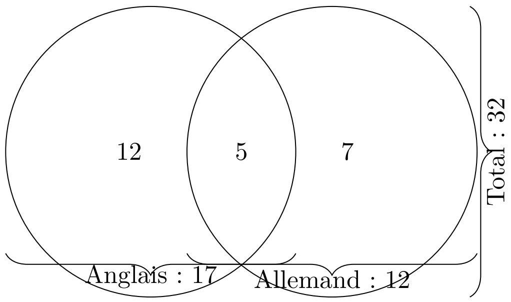
▷ **Méthode 1** : à l'aide de l'analyse combinatoire. Notons E (pour "english") l'ensemble des élèves parlant anglais et A (pour "allemand") l'ensemble des élèves parlant allemand. Nous avons :

$$\text{Card}(E \cup A) = \text{Card } E + \text{ Card } A - \text{Card}(E \cap A).$$

On rappelle que Card(E) est le nombre d'élèves parlant anglais, etc. Ainsi :

$$\text{Card}(E \cup A) = 17 + 12 - 5 = 24.$$

24 élèves apprennent l'anglais ou l'allemand. Il y a donc 32 élèves de cinquième dans cette école : les 24 élèves pratiquant une des deux langues et les 8 élèves n'apprenant ni l'anglais, ni l'allemand.



▷ **Méthode 2** : sans l'analyse combinatoire. Commençons par stocker les données dans un tableau à double entrée. Cette technique est particulièrement efficace et évite d'utiliser les formules de dénombrements !

Allemand / Anglais	Oui	Non	Total
Oui	5		12
Non		8	
Total	17		

Lecture du tableau :

— 17 élèves parlent anglais en tout (total anglais oui).

— 5 élèves parlent les deux langues (anglais oui, allemand oui).

— 12 élèves parlent allemand en tout (total allemand oui).

Complétons le tableau : le total anglais oui est égal au total des chiffres dans la colonne anglais oui, etc :

Allemand / Anglais	Oui	Non	Total
Oui	5	7	12
Non	12	8	20
Total	17	15	32

Vérifications

Il y a bien 32 élèves en tout dans cette classe. Remarquez que l'on peut sommer par lignes ou par colonnes. Vous pouvez aussi vérifier votre tableau en sommant la valeur contenue dans toutes les cases intérieures, qui représentent chacune des 4 classes possibles : oui-oui, oui-non, non-oui ou non-non. Vérifions-le : $5 + 7 + 12 + 8 = 32$.

Cette technique du tableau à double entrée est simple et efficace. Elle permet de stocker clairement les données présentes dans l'énoncé (analyse des données), d'en déduire rapidement et sans calcul des informations (synthèse), et enfin de répondre par simple lecture graphique à la question posée. Appropriez-vous cette méthode.

▸ **Question 8.** *Difficulté* : ★★★ Q.8 : *réponse A)*

▸ **Étape** 1 **: lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Il s'agit de résoudre un système à une inconnue.

▸ **Étape** 2 **: quelle tactique de résolution ?** Appliquons la tactique du consciencieux et effectuons une mise en équation.

▸ **Résolution.**

Les questions valent la même valeur, fixons par exemple 1 point par question. La note maximale étant m, Elisabeth a obtenu une note égale à

$$\text{Score d'Elisabeth : } 17 + \frac{1}{4}(m - 20).$$

Or, le score d'Elisabeth est égal à la moitié des points. Nous pouvons donc écrire :

$$17 + \frac{1}{4}(m - 20) = \frac{m}{2},$$

soit en multipliant par 2 membre à membre :

$$34 + \frac{1}{2}m - 10 = m,$$

soit encore :

$$\frac{1}{2}m = 24.$$

Finalement :

$$m = 48.$$

▸ **Question 9.** *Difficulté* : ★★ Q.9 : *réponse B)*

▸ **Étape** 1 **: lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Il s'agit de comparer un coût fixe et un coût variable. Nous allons égaliser les coûts totaux.

▸ **Étape** 2 **: quelle tactique de résolution ?** Le test des solutions est possible, mais la tactique du consciencieux devrait permettre de résoudre le problème plus rapidement

▸ **Résolution.**

Soit n le nombre de places de théâtre auquel assiste le spectateur. L'abonnement est plus avantageux si, et seulement si :

$$900 \leqslant 250 + 30n,$$

ce qui revient à :

$$n \geqslant \frac{900 - 250}{30} = 21,67.$$

Ainsi, c'est à partir de 22 places que l'abonnement devient plus avantageux.

▶ **Question 10.** *Difficulté* : ★★ Q.10 : *réponse C)*

▶ **Étape** 1 **: lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Nous avons dans cette question un système de deux équations à deux inconnues.

▶ **Étape** 2 **: quelle tactique de résolution ?** Nous pouvons appliquer la tactique du consciencieux en posant les équations et en résolvant le système. Nous pouvons tout aussi bien être fainéants et raisonner par différence !

▶ **Résolution.**

▷ **Méthode 1** : notons T le prix d'une sucette et B le prix d'un berlingot. Nous avons :

$$\begin{cases} 3T + 2B = 2,7 \\ 2T + 3B = 2,55 \end{cases}.$$

Nous pouvons résoudre ce système par *combinaison* : nous allons multiplier la première ligne par 2 et la seconde par 3, de sorte que les coefficients devant la variable T soient tous deux égaux à 6, puis nous allons retrancher la première ligne à la seconde. Allons-y :

$$\begin{cases} 6T + 4B = 5,4 \\ 6T + 9B = 7,65 \end{cases},$$

et donc, en retranchant la première ligne à la seconde : $5B = 7,65 - 5,4 = 2,25$. Ainsi : $B = \frac{2,25}{5} = 0,45$ €. Comme : $6T + 4B = 5,4$, en substituant $0,45$ B, nous pouvons écrire : $6T + 1,8 = 5,4$, d'où :

$$T = \frac{3,2}{6} = 0,60 \text{ €}.$$

▷ **Méthode 2** : raisonnons par différence ! En échangeant une sucette contre un berlingot, l'enfant récupère $0,15$ €. Nous en déduisons que la sucette coûte $0,15$ €de pus qu'un berlingot. Nous pouvons tester les réponses en partant de la solution du milieu. Si la sucette coûte $0,60$ €(réponse C), alors le berlingot coûte $0,45$ €, et ainsi, deux sucettes et trois berlingots coûtent $2,70$ €...

▶ **Question 11.** *Difficulté* : ★★ Q.11 : *réponse D)*

▶ **Étape** 1 **: lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Le mécanisme est évident, il s'agit d'une moyenne arithmétique.

▶ **Étape** 2 **: quelle tactique de résolution ?** Une mise en équation est possible. Néanmoins, on peut aller beaucoup plus vite si l'on connaît l'impact sur une moyenne de l'ajout d'une personne supplémentaire.

▶ **Résolution.**

▷ **Méthode 1** : appliquons la tactique du consciencieux. Plutôt que de raisonner sur les moyennes (qui occasionnent des divisions), nous allons raisonner sur la somme.

Rappel de cours : moyenne arithmétique, sommes

La moyenne arithmétique d'une série de nombres est la somme de ces nombres, divisé par l'effectif de la série noté n :

$$\text{Moyenne arithmétique} = \frac{\text{Somme}}{\text{effectif}}.$$

Nous avons également :

$$\text{Somme} = \text{Moyenne arithmétique} \times \text{Effectif}.$$

Notons N le nombre total d'enfants de la famille, qui comporte alors en tout $N + 2$ membres (y compris les deux parents). Nous savons que la moyenne des âges de la famille est 19 ans, la somme des âges de cette famille est donc : $(N + 2) \times 19$. Nous savons également que lorsque l'on retire le père, la moyenne des âges de cette famille n'est plus que 15 ans. La somme des âges de la famille est donc aussi égale à $43 + (N + 1) \times 15$. Nous pouvons donc écrire :

$$(N + 2) \times 19 = 43 + (N + 1) \times 15,$$

soit :

$$19N + 38 = 43 + 15 + 15N.$$

Finalement, on obtient : $4N = 20$, soit : $N = 5$.

▷ **Méthode 2** : évaluons l'impact sur la moyenne du retrait du père. Comprenez que lorsque l'on retire l'âge du père, la différence d'âge entre le père et la moyenne des autres âges se répartit sur les autres membres de la famille. Ici, le père a $43 - 19 = 24$ ans de plus que la moyenne. Quand on enlève le père, la moyenne passe de 19 à 15 : elle baisse de 4. Comment expliquer qu'une baisse de 24 ans (en valeur nominale) fasse baisser l'âge des membres de la famille de 4 points (en moyenne) ? Eh bien parce que ces 24 ans se sont répartis sur 6 personnes. Pourquoi 6 ? Parce que $-24 = -4 \times 6$. Nous en déduisons qu'il y a 6 autres membres dans la famille. Avec le père, il y a en tout 7 personnes dans la famille. Comme l'énoncé nous demande le nombre d'enfants, la réponse est 5.

▶ **Question 12.** *Difficulté* : ★★★ Q.12 : *réponse D)*

▶ **Étape** 1 **: lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Il s'agit d'une question classique portant sur un mouvement.

▶ **Étape** 2 **: quelle tactique de résolution ?** Nous allons appliquer les formules basiques du cours.

▶ **Résolution.**

Notons D la distance parcourue par le coursier, V sa vitesse et T son temps de trajet. Habituellement : $D = V \times T$. Sans embouteillages : $D = (V + 20) \times (T - 0,5)$. Avec embouteillages : $D = (V - 20) \times (T + 1,5)$. Nous pouvons donc écrire :

$$\begin{cases} D = VT \\ VT - 0,5V + 20T - 10 = VT \\ VT + 1,5V - 20T - 30 = VT \end{cases},$$

soit :

$$\begin{cases} D = VT \\ 20T = 10 + 0,5V \\ 1,5V - 20T = 30 \end{cases},$$

soit encore :

$$\begin{cases} D = VT \\ T = 0,5 + 0,025V \\ 1,5V - 0,5V = 30 + 10 \end{cases}.$$

La dernière équation fournit : $V = 40$ km/h, nous en déduisons que $T = 0,5 + 0,025 \times 40 =$ 1h30, et finalement : $D = 60$ km.

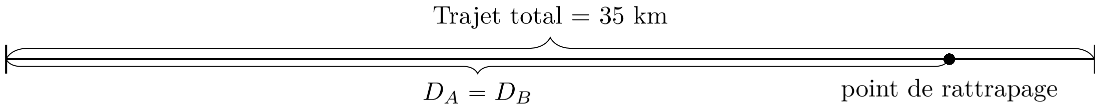
▶ **Question 13.** *Difficulté* : ★★ Q.13 : *réponse E)*

▶ **Étape** 1 **: lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Il s'agit d'un *cas d'école*. Si vous ne savez pas encore résoudre ce type de question, pas de panique : révisez simplement le cours !

▶ **Étape** 2 **: quelle tactique de résolution ?** Nous connaissons déjà toutes les méthodes sur cette question ! L'application de la formule de la distance de rattrapage est la méthode la plus rapide, vient ensuite l'application du concept de vitesse de rattrapage. Enfin, la résolution classique par l'égalité des distances est possible, nous allons commencer par cette technique.

▶ **Résolution.**

Schématisons la situation. Ici le "mobile 1" (parti en premier) est A et le "mobile 2" est B, partie avec un retard de $R = 10$ min $= \frac{1}{6}$h.



Complétons le tableau :

	A	B
Distance	D_A	D_B
Temps	$T_A = T_B + \frac{1}{6}$	T_B
Vitesse	36 km/h	45 km/h

Attention aux unités

Attention à ne pas écrire $T_B + 10$ dans le tableau ! 10 minutes est équivalent à $\frac{1}{6}$h.

Pour la résolution, je vous propose 4 méthodes de résolution.

▷ **Méthode 1** : appliquons la formule de la distance de rattrapage !

La distance de rattrapage

La distance de rattrapage peut se calculer ainsi :

$$\textbf{Distance de rattrapage : } \frac{R \times V_1 \times V_2}{V_2 - V_1},$$

où V_1 représente la vitesse du mobile le plus lent, V_2 la vitesse du mobile le plus rapide, et R le retard avec lequel part le mobile 2 par rapport au mobile 1.

Ici : $R = \frac{1}{6}$, $V_1 = 36$ km/h et $V_2 = 45$ km/h, donc :

$$D_{\text{rattrapage}} = \frac{R \times V_1 \times V_2}{V_2 - V_1} = \frac{\frac{1}{6} \times 36 \times 45}{45 - 36} = \frac{270}{9} = 30 \text{ km}.$$

Ainsi, la distance de rattrapage vaut 30 km. Comme le trajet total fait 35 km, les deux cyclistes se rejoignent à 5 km de l'arrivée.

▷ **Méthode 2** : résolvons directement l'exercice à l'aide de la formule de base $D_A = D_B$. Comme la distance est la vitesse multipliée par le temps, nous pouvons écrire :

$$36 \times \left(T_B + \frac{1}{6}\right) = 45 \times T_B,$$

soit :

$$36T_B + 6 = 45T_B.$$

Finalement : $9T_B = 6$, et donc : $T_B = \frac{2}{3}$h $= 40$ min. La distance de rattrapage s'établit donc à :

$$D = D_B = V_B \times T_B = 45 \times \frac{2}{3} = 30 \text{ km}.$$

Comme le trajet total fait 35 km, les deux cyclistes se rejoignent à 5 km de l'arrivée.

Remarque

Dans le tableau ci-dessus, vous pouvez aussi considérer le temps T_A comme fixé, et écrire que $T_B = T_A - \frac{1}{6}$. Vous pouvez refaire la question pour vous entraîner en exploitant cette relation. Cela vous donnera la **méthode** 3 !

▷ **Méthode 4** : utilisons la *vitesse de rattrapage*. Cette vitesse vaut $V_{\text{rattrapage}} = V_B - V_A = 45$ km/h-36 km/h$=$ 9km/h. Cela signifie en pratique qu'en une heure, B rattrape 9 km. Or, A roule à 36 km/h et il est parti dix minutes avant B, il a donc 6 km d'avance... soit deux tiers de ce qu'il pourrait rattraper en une heure. B doit rouler pendant $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$h pour rattraper A. Il parcourt ainsi une distance $D_B = V_B \times T_B = 45 \times \frac{2}{3} = 30$ km. Comme le trajet total fait 35 km, les deux cyclistes se rejoignent à 5 km de l'arrivée.

▶ **Question 14.** *Difficulté* : ★★ Q.14 : *réponse D)*

▶ **Étape** 1 **: lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Cette question porte sur la formule des intérêts simples, avec une durée de placement égale à 1 an.

▶ **Étape** 2 **: quelle tactique de résolution ?** La tactique du malin n'est pas directement applicable, lançons-nous dans une résolution classique : tactique du consciencieux.

Rappel de cours : formule des intérêts simples

Dans le cadre d'un placement à intérêts simples, les intérêts que l'on retire du placement se calculent de la façon suivante :

$$\boxed{\text{Intérêts} = \text{Somme placée} \times \text{Taux d'intérêt} \times \text{Temps (en années)}.}$$

▶ **Résolution.**

Dans ce type de question, une vision "graphique" de la question est très utile. Nous pouvons commencer par "stocker" les différentes informations dans un tableau à double entrée :

	Partie placée à 5%	Partie placée à 8%	Total
Somme	$\frac{1}{3}S$	$\frac{2}{3}S$	S
Taux	3%	7%	
Intérêts			1 700€

En appliquant la *formule des intérêts simples*, nous pouvons compléter le tableau :

	Partie placée à 5%	Partie placée à 8%	Total
Somme	$\frac{1}{3}S$	$\frac{2}{3}S$	S
Taux	3%	7%	
Intérêts	$\frac{1}{3} \times 3\% \times S$	$\frac{2}{3} \times 7\% \times S$	1 700€

L'intérêt total obtenu étant la somme des intérêts des deux placements, nous pouvons écrire :

$$\left(\frac{1}{3} \times 3\% + \frac{2}{3} \times 7\%\right) \times S = 1\,700 \text{ €},$$

soit puisque $1\% = \frac{1}{100}$:

$$\frac{17}{300} \times S = 1\,700 \text{ €},$$

soit encore :

$$S = \frac{1\,700 \times 300}{17} = 30\,000 \text{ €}.$$

▶ **Question 15.** *Difficulté* : ★ Q.15 : *réponse D)*

▶ **Étape** 1 **: lecture MCPS de la question** (Mécanismes, Connaissances, Pièges, Solutions). Cette question se résout en posant un système de 3 équations à 3 inconnues.

▶ **Étape** 2 **: quelle tactique de résolution ?** Posons les équations et résolvons le système.

▶ **Résolution.**

▷ **Méthode 1** : Notons V le prix d'un pull col V, R le pris d'un pull col rond, et C le prix d'un cardigan. L'énoncé devient :

$$\begin{cases} V + 3R = 113 \\ 2R + 2C = 142 \\ 2V + 3C = 205 \end{cases},$$

soit :

$$\begin{cases} V = 113 - 3R \\ C = 71 - R \\ 2(113 - 3R) + 3(71 - R) = 205 \end{cases},$$

soit encore :

$$\begin{cases} V = 113 - 3R \\ C = 71 - R \\ 9R = 234 \end{cases}.$$

Finalement :

$$\begin{cases} V = 35 \text{ €} \\ C = 45 \text{ €} \\ R = 26 \text{ €} \end{cases},$$

et donc : $V + R + C = 106$ €.

▷ **Méthode 2** : soyons fainéants ! Il n'est pas nécessaire de connaître la valeur de chaque objet pour trouver la valeur de la somme. Il suffit de faire apparaître cette quantité $V + R + C$! En additionnant les lignes 1 et 3 du système qui précède, on obtient alors :

$$3V + 3R + 3C = 113 + 205,$$

soit :

$$3(V + R + C) = 318.$$

Finalement : $V + R + C = 106$ €.