CONCOURS EDHEC - ADMISSION SUR TITRES

EN PREMIERE ANNEE

13 AVRIL 2019

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 4

Aucun document ou matériel électronique n'est autorisé.

Le sujet comporte 3 exercices indépendants

Consignes

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
Les candidats sont invités à encadrer, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs.
Ils ne doivent faire usage d'aucun document ; seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.
Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il la signalera sur sa copie et poursuivra sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il sera amené à prendre.

A l'issue de chaque composition écrite, tout candidat est tenu sous peine d'élimination, de remettre au surveillant une copie (même blanche, qui sera alors signée). La seule responsabilité du candidat est engagée dans le cas contraire. Tout candidat sortant avant la fin des épreuves doit obligatoirement remettre le sujet en même temps que sa copie.

Exercice 1

1) Déterminer les réels a, b et c tels que :

$$\forall t \in \mathbb{R}^*, \quad \frac{1}{t(1+t^2)} = \frac{a}{t} + \frac{bt+c}{1+t^2}$$

On définit la fonction f sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \displaystyle\int_1^x \frac{2t \ln t}{(1+t^2)^2} dt \text{ si } x > 0 \\ \dfrac{\ln 2}{2} \text{ si } x = 0 \end{cases}$$

2) a) Montrer que :

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \ f(x) = \frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln x}{1+x^2} + \ln \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

b) En déduire que $f(x)$ a une limite finie quand x tend vers $+\infty$ et donner sa valeur.

3) a) Démontrer que :

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \ f(x) = \frac{\ln 2}{2} + \frac{x^2 \ln x}{1+x^2} - \frac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right)$$

b) En déduire que f est continue à droite en 0.

c) Montrer également que f est dérivable en 0 et donner $f'(0)$.

4) a) Justifier la classe C^1 de f sur $\mathbb{R}_+^*$ et calculer $f'(x)$ pour tout x strictement positif.

b) Établir le tableau de variations de f.

c) Tracer l'allure de la courbe représentative de f dans un repère bien choisi (on donne $\ln 2 \approx 0,7$).

5) Déduire des questions 2) et 3) que l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{t \ln t}{(1+t^2)^2} dt$ converge puis donner sa valeur.

Exercice 2

Rappels.

- On note $\mathbb{N}$ l'ensemble des entiers naturels et $\mathbb{Z}$ l'ensemble des entiers relatifs.
- On note $\lfloor x \rfloor$ la partie entière du réel x, c'est-à-dire l'unique entier vérifiant : $\lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1$.
- X étant une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{Z}$, on dit que X admet une espérance si, et seulement si, les séries de termes généraux $kP(X=k)$ et $kP(X=-k)$ sont toutes les deux convergentes.

Dans ce cas, on a : $E(X) = \lim\limits_{n\to+\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} k\,P(X=k) + \lim\limits_{n\to+\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} -k\,P(X=-k)$, ou encore :

$$E(X) = \lim_{n\to+\infty} \sum_{k=1}^{n} k\big(P(X=k) - P(X=-k)\big)$$

Notations valables pour tout l'exercice.

Dans ce problème, T est une variable aléatoire suivant la loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$.

On note, pour tout x de $\mathbb{R}$, $\Phi(x) = P(T \leq x)$ et on rappelle que Φ est de classe C^1 sur $\mathbb{R}$, avec :

$$\Phi'(x) = \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

On pose $X = \lfloor T \rfloor$, c'est-à-dire que, pour tout ω de Ω, on a : $X(\omega) = \lfloor T(\omega) \rfloor$.

1) Déterminer $X(\Omega)$.

2) Pour tout k de $\mathbb{Z}$, exprimer $P(X=k)$ à l'aide de la fonction Φ.

3) Montrer que : $\forall k\in\mathbb{Z}$, $P(X=-k)=P(X=k-1)$.

4) a) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$, $e^{-\frac{n^2}{2}} \leq (\frac{1}{\sqrt{e}})^n$.

   b) En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$, $0 \leq \Phi(n+1) - \Phi(n) \leq \frac{1}{\sqrt{2\pi}}(\frac{1}{\sqrt{e}})^n$.

   c) Établir que :

$$\forall n\in\mathbb{N}^*, \sum_{k=1}^{n} k\big(P(X=k)-P(X=-k)\big) = n\Phi(n+1)-(n+1)\Phi(n)+\Phi(0)$$

   d) Déduire des questions précédentes que X a une espérance et que $E(X)=-\frac{1}{2}$.

5) On pose $Y=T-X$.
   a) Préciser $Y(\Omega)$.
   b) Déterminer $E(Y)$.

6) Montrer, en utilisant le système complet d'événements $(X=k)_{k\in\mathbb{Z}}$ que la fonction de répartition de Y, notée F_Y, vérifie :

$$\forall y\in[0,1[,\ F_Y(y)=\Phi(y)-\frac{1}{2}+\sum_{k=1}^{+\infty}(\Phi(k+y)-\Phi(k-y))$$

7) a) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $\sum_{k=1}^{n}\left(\Phi\left(k+\frac{1}{2}\right)-\Phi\left(k-\frac{1}{2}\right)\right)=\Phi\left(n+\frac{1}{2}\right)-\Phi\left(\frac{1}{2}\right)$.

En déduire la valeur de $F_Y\left(\frac{1}{2}\right)$.

   b) Exprimer, à l'aide de Φ, $P\left([X=0]\cap\left[Y\leq\frac{1}{2}\right]\right)$ et $P(X=0)$.

   c) On donne $\Phi(1) = 0{,}8413$ et $\Phi\left(\frac{1}{2}\right) = 0{,}6915$.

Déduire des deux questions précédentes que X et Y ne sont pas indépendantes.

Problème

Partie 1 : Calcul de la puissance n-ième d'une matrice.

On considère la matrice $A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}$ et on se propose de déterminer A^n pour tout entier naturel n.

1) Déterminer un polynôme annulateur de A qui soit de degré 2.

2) a) En déduire les valeurs propres possibles de A.
   b) La matrice A est-elle inversible ?

3) a) Montrer que les valeurs propres possibles trouvées à la question 2a) sont effectivement valeurs propres de A et déterminer les sous-espaces propres de A associés à ces valeurs propres.

b) En déduire qu'il existe une matrice diagonale D telle que $A = PDP^{-1}$, où l'on a posé $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

c) En déduire, par récurrence, que, pour tout entier naturel n, on a : $A^n = PD^n P^{-1}$.

d) On pose $Q = P + N$ avec $N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer PQ et en déduire P^{-1}.

e) Écrire les 9 éléments de la matrice A^n.

Partie 2 : étude d'une marche aléatoire.

On considère un mobile qui se déplace sur les sommets numérotés 1, 2, 3 d'un triangle selon le protocole suivant :

• Au départ, le pion est sur le sommet 1.

• Lorsque le pion est à un instant donné sur un sommet, il se déplace à l'instant suivant sur l'un quelconque des deux autres sommets, et ceci de façon équiprobable.

Pour tout n de $\mathbb{N}$, on note X_n la variable aléatoire égale au numéro du sommet sur lequel se situe le pion à l'instant n et on a donc $X_0 = 1$.

Pour tout entier naturel n, on pose $U_n = \begin{pmatrix} P(X_n = 1) \\ P(X_n = 2) \\ P(X_n = 3) \end{pmatrix}$.

4) a) Déterminer U_0.

b) Exprimer, pour tout n de $\mathbb{N}$, $P(X_{n+1} = 1)$, $P(X_{n+1} = 2)$, $P(X_{n+1} = 3)$ en fonction de $P(X_n = 1)$, $P(X_n = 2)$ et $P(X_n = 3)$.

5) a) Écrire la relation liant U_{n+1} et U_n.

b) Établir l'existence d'une matrice B de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ telle que :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ U_n = B^n U_0$$

c) En déduire la loi de X_n et déterminer son espérance $E(X_n)$.

6) Étudier la convergence en loi de la suite $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Partie 3 : une autre façon de déterminer la loi de X_n.

7) a) Utiliser la question 4b) pour déterminer une relation liant $P(X_{n+1} = 1)$ et $P(X_n = 1)$, valable, elle aussi, pour tout entier naturel n.

b) En déduire alors l'expression de $P(X_n = 1)$, pour tout entier naturel n.

8) a) En procédant de la même façon qu'à la question précédente, déterminer $P(X_n = 2)$.

b) En déduire la valeur de $P(X_n = 3)$.

CONCOURS EDHEC - ADMISSION SUR TITRES

EN PREMIERE ANNEE

13 AVRIL 2019

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

CORRIGE

EDHEC BUSINESS SCHOOL

Exercice 1

1) On a $\frac{a}{t}+\frac{bt+c}{1+t^2}=\frac{a(1+t^2)+t(bt+c)}{t(1+t^2)}=\frac{(a+b)t^2+ct+a}{t(1+t^2)}$

Par identification des coefficients, on a : $\frac{1}{t(1+t^2)}=\frac{(a+b)t^2+ct+a}{t(1+t^2)} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ c=0 \\ a=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1 \\ c=0 \\ a=1 \end{cases}$.

On en déduit :

$$\forall t \in \mathbb{R}^*,\ \frac{1}{t(1+t^2)} = \frac{1}{t}-\frac{t}{1+t^2}$$

2) a) On effectue une intégration par parties en posant $u'(t)=\frac{2t}{(1+t^2)^2}$ et $v(t)=\ln t$. On a alors $v'(t)=\frac{1}{t}$ et on peut choisir $u(t)=-\frac{1}{1+t^2}$.Les fonctions u et v sont de classe C^1 sur $\mathbb{R}_+^*$ et l'intégration par parties est licite. Elle donne :

$$f(x)=\left[-\frac{\ln t}{1+t^2}\right]_1^x+\int_1^x \frac{1}{t(1+t^2)}dt$$

En utilisant la question 1), on obtient :

$$f(x)=-\frac{\ln x}{1+x^2}+\int_1^x\left(\frac{1}{t}-\frac{t}{1+t^2}\right)dt$$

En calculant l'intégrale restante, on a :

$$f(x)=-\frac{\ln x}{1+x^2}+\left[\ln|t|-\frac{1}{2}\ln(1+t^2)\right]_1^x=-\frac{\ln x}{1+x^2}+\ln x-\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+\frac{1}{2}\ln 2$$

Comme $\frac{1}{2}\ln(1+x^2)=\ln\sqrt{1+x^2}$, on trouve bien :

$$\forall x\in\mathbb{R}_+^*,\ f(x)=\frac{\ln 2}{2}-\frac{\ln x}{1+x^2}+\ln\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

b) On a $\frac{\ln x}{1+x^2}\underset{+\infty}{\sim}\frac{\ln x}{x^2}$ donc par croissances comparées, on déduit : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{1+x^2}=0$. De plus, on a $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}=1$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}=0$, par continuité du logarithme népérien en 1.

Finalement, $f(x)$ a une limite finie quand x tend vers $+\infty$ et :

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\frac{\ln 2}{2}$$

3) a) En reprenant l'expression $f(x)=-\frac{\ln x}{1+x^2}+\ln x-\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+\frac{1}{2}\ln 2$ et en mettant $\ln x$ en facteur dans les deux premiers termes, on trouve : $f(x)=\left(-\frac{1}{1+x^2}+1\right)\ln x-\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+\frac{1}{2}\ln 2$.

Ceci donne bien :

$$\forall x\in\mathbb{R}_+^*,\ f(x)=\frac{\ln 2}{2}+\frac{x^2\ln x}{1+x^2}-\frac{1}{2}\ln(1+x^2)$$

b) On sait que $\lim_{x\to 0^+} x^2 \ln x = 0$ (limite usuelle) et comme $\lim_{x\to 0^+} \ln(1+x^2) = 0$ on a :

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \frac{\ln 2}{2}$$

L'énoncé ayant posé $f(0) = \frac{\ln 2}{2}$, on peut conclure que f est continue à droite en 0.

c) Pour tout x strictement positif, on a :

$$\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \frac{\frac{x^2 \ln x}{1+x^2} - \frac{1}{2}\ln(1+x^2)}{x} = \frac{x \ln x}{1+x^2} - \frac{1}{2} \times \frac{\ln(1+x^2)}{x}$$

On sait que $\lim_{x\to 0^+} x \ln x = 0$ (limite usuelle) et, en écrivant $\frac{\ln(1+x^2)}{x} = x \times \frac{\ln(1+x^2)}{x^2}$, on fait apparaître $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} = \lim_{u\to 0^+} \frac{\ln(1+u)}{u} = 1$, ce qui montre que $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x^2)}{x} = 0 \times 1 = 0$.

On a donc : $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = 0$.

Ainsi, f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.

4) a) Sur $\mathbb{R}_+^*$, la fonction $f : x \mapsto \int_1^x \frac{2t \ln t}{(1+t^2)^2} dt$ est la primitive qui s'annule en 1 de la fonction $x \mapsto \frac{2x \ln x}{(1+x^2)^2}$ qui est une fonction continue sur $\mathbb{R}_+^*$. Par conséquent, f est de classe C^1 sur $\mathbb{R}_+^*$ (car sa dérivée est continue sur $\mathbb{R}_+^*$) et on a :

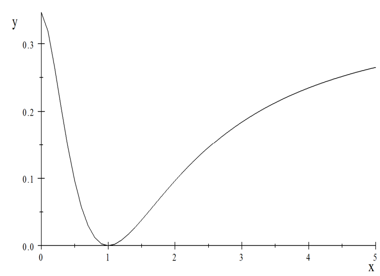
$$\forall x \in \mathbb{R}_+^*,\ f'(x) = \frac{2x \ln x}{(1+x^2)^2}$$

Remarque. On pouvait utiliser n'importe quelle autre expression de $f(x)$ pour déterminer $f'(x)$.

b) Comme x est strictement positif et comme $(1+x^2)^2$ l'est aussi, le signe de $f'(x)$ est celui de $\ln x$. On a donc :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	ln2/2	$\searrow$	0	$\nearrow$	ln2/2

c) L'allure de la courbe représentative de f est la suivante :



5) Grâce à la question 2), on sait que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{\ln 2}{2}$, ce qui prouve que l'intégrale $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{t\ln t}{(1+t^2)^2}dt$ converge avec de plus : $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{t\ln t}{(1+t^2)^2}dt=\frac{\ln 2}{2}$.

Grâce à la question 3), on sait que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\dfrac{\ln 2}{2}$, ce qui prouve que l'intégrale $\displaystyle\int_1^{0}\frac{t\ln t}{(1+t^2)^2}dt$ converge, avec de plus : $\displaystyle\int_1^{0}\frac{t\ln t}{(1+t^2)^2}dt=\frac{\ln 2}{2}$.

On peut écrire la dernière égalité sous la forme $\displaystyle\int_0^{1}\frac{t\ln t}{(1+t^2)^2}dt=-\frac{\ln 2}{2}$.

Conclusion :

L'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{t\ \ln t}{(1+t^2)^2}dt$ converge comme somme de $\displaystyle\int_0^{1}\frac{t\ln t}{(1+t^2)^2}dt$ et de $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{t\ln t}{(1+t^2)^2}dt$ et on a :

$$\int_0^{+\infty}\frac{t\ln t}{(1+t^2)^2}dt=-\frac{\ln 2}{2}+\frac{\ln 2}{2}=0$$

Exercice 2

1) On sait que : $T(\Omega)=\mathbb{R}$. On en déduit, par définition de la partie entière, que $X(\Omega)=\mathbb{Z}$.

2) Pour tout entier relatif k, on a : $P(X=k)=P(k\le T<k+1)$.
La variable aléatoire T est à densité, on obtient donc : $P(X=k)=P(T\le k+1)-P(T\le k)$.
Finalement, pour tout k de $\mathbb{Z}$, on a :

$$\forall k\in\mathbb{Z},\ \ P(X=k)=\Phi(k+1)-\Phi(k)$$

3) Pour tout k de $\mathbb{Z}$, $-k$ appartient aussi à $\mathbb{Z}$.
D'après la question 2), on obtient : $P(X=-k)=\Phi(-k+1)-\Phi(-k)$.
Comme on a $\Phi(x)+\Phi(-x)=1$, on en déduit : $P(X=-k)=1-\Phi(k-1)-(1-\Phi(k))$.
Conclusion :

$$\forall k\in\mathbb{Z},\ \ P(X=-k)=\Phi(k)-\Phi(k-1)=P(X=k-1)$$

4) a) Pour tout entier naturel n, on a : $e^{-\frac{n^2}{2}}=\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)^{n^2}=\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)^{n^2}$.

De plus, on sait que : $\dfrac{1}{\sqrt{e}}\in[0,1]$ et $n\le n^2$. On en déduit : $\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)^{n^2}\le\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)^{n}$.

On obtient donc :

$$\forall n\in\mathbb{N},\ e^{-\frac{n^2}{2}}\le\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^{n}$$

b) • La fonction Φ est croissante sur $\mathbb{R}$ (en tant que fonction de répartition), on en déduit :

$$\forall n\in\mathbb{N},\ \ \Phi(n+1)\ge\Phi(n)$$

• De plus, comme toutes les intégrales convergent, on a :

$$\Phi(n+1)-\Phi(n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\int_{-\infty}^{n+1}e^{-\frac{t^2}{2}}dt-\int_{-\infty}^{n}e^{-\frac{t^2}{2}}dt\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{n}^{n+1}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

Pout tout t de $[n,n+1]$, puisque $t\mapsto -t^2$ est décroissante sur $\mathbb{R}_+$, on a : $-\frac{t^2}{2}\le -\frac{n^2}{2}$.

Grâce à la croissance de la fonction exponentielle sur $\mathbb{R}$, on obtient : $e^{-\frac{t^2}{2}}\le e^{-\frac{n^2}{2}}$.
Les bornes sont dans l'ordre croissant et les fonctions en jeu sont continues sur $[n,n+1]$, donc, par croissance de l'intégrale, on a : $\int_{n}^{n+1}e^{-\frac{t^2}{2}}dt\le\int_{n}^{n+1}e^{-\frac{n^2}{2}}dt$.

On obtient alors : $\Phi(n+1)-\Phi(n)\le\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{n}^{n+1}e^{-\frac{n^2}{2}}dt=\frac{e^{-\frac{n^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$.
Finalement, en utilisant le résultat de la question 4.a), pour tout entier naturel n, on a :

$$0\le\Phi(n+1)-\Phi(n)\le\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^n$$

c) Pour tout entier naturel n non nul, on a, d'après la question 3) :

$$\sum_{k=1}^{n}k\big(P(X=k)-P(X=-k)\big)=\sum_{k=1}^{n}k\big(P(X=k)-P(X=k-1)\big).$$

$$\sum_{k=1}^{n}k\big(P(X=k)-P(X=-k)\big)=\sum_{k=1}^{n}k\,P(X=k)-\sum_{k=1}^{n}k\,P(X=k-1).$$

$$\sum_{k=1}^{n}k\big(P(X=k)-P(X=-k)\big)=\sum_{k=1}^{n}k\,P(X=k)-\sum_{k=0}^{n-1}(k+1)P(X=k).$$

$$\sum_{k=1}^{n}k\big(P(X=k)-P(X=-k)\big)=\sum_{k=1}^{n}k\,P(X=k)-\sum_{k=0}^{n-1}k\,P(X=k)-\sum_{k=0}^{n-1}P(X=k).$$

$$\sum_{k=1}^{n}k\big(P(X=k)-P(X=-k)\big)=nP(X=n)-\sum_{k=0}^{n-1}P(X=k).$$

$$\sum_{k=1}^{n}k\big(P(X=k)-P(X=-k)\big)=n\big(\Phi(n+1)-\Phi(n)\big)-\sum_{k=0}^{n-1}\big(\Phi(k+1)-\Phi(k)\big).$$

Finalement, on a : $\sum_{k=1}^{n}k\big(P(X=k)-P(X=-k)\big)=n\big(\Phi(n+1)-\Phi(n)\big)-\big(\Phi(n)-\Phi(0)\big)$.

d) Pour montrer que X possède une espérance, il faut montrer que les deux séries de termes généraux $k\,P(X=k)$ et $k\,P(X=-k)$ sont convergentes.

• Pour tout entier naturel k, on a : $k\,P(X=k)=k\big(\Phi(k+1)-\Phi(k)\big)\le\frac{1}{\sqrt{2\pi}}k\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^k$, grâce à la question 4.b). On peut écrire ceci sous la forme : $kP(X=k)\le\frac{1}{\sqrt{2\pi e}}k\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^{k-1}$. Puisque la série de terme général $k\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^{k-1}$ converge (série géométrique dérivée de raison strictement comprise entre -1 et 1), le critère de comparaison pour les séries à termes positifs montre que la série de terme général $k\,P(X=k)$ est convergente.

• Pour tout entier naturel k, on a :

$kP(X=-k)=kP(X=k-1)=k\left(\Phi(k)-\Phi(k-1)\right)\leq \frac{1}{\sqrt{2\pi}}k\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^{k-1}$. Pour la même raison que précédemment, le critère de comparaison pour les séries à termes positifs montre que la série de terme général $k\,P(X=-k)$ est convergente. On est donc sûr que X possède une espérance.

D'après la question 4b), on a : $\forall n\in\mathbb{N}^*, 0\leq n(\Phi(n+1)-\Phi(n))\leq \frac{n}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^n$.

On a : $\lim\limits_{n\to+\infty} n\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^n = \lim\limits_{n\to+\infty} ne^{n\ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)} = \lim\limits_{n\to+\infty} ne^{-\frac{n}{2}}=0$ (croissances comparées).

Grâce au théorème d'encadrement, on conclut : $\lim\limits_{n\to+\infty} n\left(\Phi(n+1)-\Phi(n)\right)=0$.

De plus, comme Φ est une fonction de répartition, on a : $\lim\limits_{n\to+\infty}\Phi(n)=1$.

D'après la question 4c), on a :

$$\sum_{k=1}^{n} k\left(P(X=k)-P(X=-k)\right)=n\left(\Phi(n+1)-\Phi(n)\right)-\left(\Phi(n)-\Phi(0)\right)$$

On en déduit que : $\lim\limits_{n\to+\infty}\sum_{k=1}^{n} k\left(P(X=k)-P(X=-k)\right)=-1+\Phi(0)$.

La variable aléatoire X possède donc une espérance et, comme $\Phi(0)=\frac{1}{2}$, on a :

$$E(X)=-\frac{1}{2}$$

5) a) Comme X est la partie entière de T, on sait que, pour tout ω de Ω, on a :

$$X(\omega)\leq T(\omega)<X(\omega)+1$$

On en déduit :

$$\forall\omega\in\Omega,\ 0\leq T(\omega)-X(\omega)<1$$

Ceci signifie que $T-X$ prend ses valeurs dans $[0,1[$.

On a donc :

$$Y(\Omega)=[0,1[$$

b) Par linéarité de l'espérance, on a : $E(Y)=E(T-X)=E(T)-E(X)=0-\left(-\frac{1}{2}\right)$.

Finalement :

$$E(X)=\frac{1}{2}$$

6) La formule des probabilités totales associée au système complet d'événements $(X=k)_{k\in\mathbb{Z}}$ s'écrit :

$$P(Y\leq y)=\sum_{k\in\mathbb{Z}}P([Y\leq y]\cap[X=k])=\sum_{k\in\mathbb{Z}}P([T-X\leq y]\cap[X=k])$$

On a donc :

$$F_Y(y)=\sum_{k\in\mathbb{Z}}P([T-k\leq y]\cap[X=k])=\sum_{k\in\mathbb{Z}}P([T\leq k+y]\cap[X=k])$$

En revenant à la définition de la partie entière, on obtient :

$$F_Y(y)=\sum_{k\in\mathbb{Z}}P([T\leq k+y]\cap[k\leq T<k+1])$$

Comme y appartient à $[0,1[$, ceci se résume à :

$$F_Y(y)=\sum_{k\in\mathbb{Z}} P(k\le T<k+y)=\sum_{k\in\mathbb{Z}}(\Phi(k+y)-\Phi(k))$$

En scindant la somme en 3 (termes d'indices strictement négatifs, terme d'indice 0 et termes d'indices strictement positifs), on obtient :

$$F_Y(y)=\Phi(y)-\Phi(0)+\sum_{k=1}^{+\infty}(\Phi(k+y)-\Phi(k))+\sum_{k=1}^{+\infty}(\Phi(-k+y)-\Phi(-k))$$

Comme $\Phi(-x)=1-\Phi(x)$, on peut réécrire la deuxième somme :

$$F_Y(y)=\Phi(y)-\Phi(0)+\sum_{k=1}^{+\infty}(\Phi(k+y)-\Phi(k))+\sum_{k=1}^{+\infty}(\Phi(k)-\Phi(k-y))$$

En regroupant et en remplaçant $\Phi(0)$ par $\frac{1}{2}$, on trouve bien :

$$\forall y\in[0,1[,\ F_Y(y)=\Phi(y)-\frac{1}{2}+\sum_{k=1}^{+\infty}(\Phi(k+y)-\Phi(k-y))$$

7) a) Après séparation en deux sommes et avec un changement d'indice dans la deuxième, on a :

$$\sum_{k=1}^{n}\Phi\left(k+\frac{1}{2}\right)-\sum_{k=1}^{n}\Phi\left(k-\frac{1}{2}\right)=\sum_{k=1}^{n}\Phi\left(k+\frac{1}{2}\right)-\sum_{j=0}^{n-1}\Phi\left(j+1-\frac{1}{2}\right)=\sum_{k=1}^{n}\Phi\left(k+\frac{1}{2}\right)-\sum_{j=0}^{n-1}\Phi\left(j+\frac{1}{2}\right)$$

Les deux sommes se simplifient et il reste :

$$\forall n\in\mathbb{N}^*,\ \sum_{k=1}^{n}\left(\Phi\left(k+\frac{1}{2}\right)-\Phi\left(k-\frac{1}{2}\right)\right)=\Phi\left(n+\frac{1}{2}\right)-\Phi\left(\frac{1}{2}\right)$$

Avec $y=\frac{1}{2}$, la relation obtenue à la question 6) s'écrit :

$$F_Y\left(\frac{1}{2}\right)=\Phi\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}+\sum_{k=1}^{+\infty}\left(\Phi\left(k+\frac{1}{2}\right)-\Phi\left(k-\frac{1}{2}\right)\right)=\Phi\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}+\lim_{n\to+\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\Phi\left(k+\frac{1}{2}\right)-\Phi\left(k-\frac{1}{2}\right)\right)$$

On tire de ce qui précède :

$$F_Y\left(\frac{1}{2}\right)=\Phi\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}+\lim_{n\to+\infty}\Phi\left(n+\frac{1}{2}\right)-\Phi\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}+1$$

En conclusion :

$$F_Y\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$$

b) On a : $P\left([X=0]\cap\left[Y\le\frac{1}{2}\right]\right)=P\left(0\le T<\frac{1}{2}\right)=\Phi\left(\frac{1}{2}\right)-\Phi(0)$.

On a aussi : $P(X=0)=P(0\le T<1)=\Phi(1)-\Phi(0)$.

c) Les valeurs approchées données permettent de trouver :

$P\left([X=0]\cap\left[Y\le\frac{1}{2}\right]\right)\approx 0{,}1915$, $P(X=0)\approx 0{,}3413$.

Avec la question 7a), on en déduit $P(X=0)\ P\left(Y\le\frac{1}{2}\right)\approx 0{,}3413\times\frac{1}{2}\approx 0{,}1706$, ce qui est différent de $P\left([X=0]\cap\left[Y\le\frac{1}{2}\right]\right)\approx 0{,}1915$.

Par conséquent, X et Y ne sont pas indépendantes.

Problème

1) On a $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = 2I + A$, d'où : $A^2 - A - 2I = 0$.

Un polynôme annulateur de A est donc : $X^2 - X - 2$.

2) a) Les valeurs propres possibles de A sont parmi les racines de ce polynôme, donc les valeurs propres possibles de A sont -1 et 2.

b) La matrice A est inversible car 0 n'est pas valeur propre de A.

3) a) Le système $AX = -X$, avec $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ s'écrit : $\begin{cases} y + z = -x \\ x + z = -y \\ x + y = -z \end{cases}$ qui équivaut à $x + y + z = 0$.

On fait le choix d'écrire $X = \begin{pmatrix} -y-z \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -z \\ 0 \\ z \end{pmatrix} = -y\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} - z\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ pour trouver la matrice P suggérée par l'énoncé.

Conclusion : -1 est valeur propre de A et le sous-espace propre associé est $\text{Vect}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$.

Le système $AX = 2X$, avec $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ s'écrit : $\begin{cases} y + z = 2x \\ x + z = 2y \\ x + y = 2z \end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases} y = 2x - z \\ x = 2y - z \\ x + y = 2z \end{cases}$, soit : $\begin{cases} y = 2x - z \\ x = 4x - 3z \\ 4x - 3z + 2x - z = 2z \end{cases}$. On a finalement : $\begin{cases} y = x \\ x = z \end{cases}$.

On a donc $X = \begin{pmatrix} x \\ x \\ x \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Conclusion : 2 est valeur propre de A et le sous-espace propre associé est $\text{Vect}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$.

b) Le premier sous-espace propre est de dimension 2 (on a une famille génératrice de 2 vecteurs non proportionnels, ce qui fait une base de 2 vecteurs) et le deuxième est de dimension 1 (on a une famille génératrice d'un seul vecteur non nul, ce qui fait une base contenant 1 vecteur). Ainsi, la somme des dimensions des sous-espaces propres est égale au format de A donc A est diagonalisable.

Comme A est diagonalisable, la relation de changement de base s'écrit $A = PDP^{-1}$, où P est une matrice dont les colonnes sont les vecteurs de base des sous-espaces propres de A et D la matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont les valeurs propres de A.

La matrice $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ est imposée donc on n'a pas le choix pour D :

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

c) • Pour $n=0$, on a $PD^0P^{-1}=PIP^{-1}=PP^{-1}=I=A^0$.

• Si l'on suppose, pour un certain n de $\mathbb{N}$ que $A^n=PD^nP^{-1}$, alors :

$$A^{n+1}=A^nA=PD^nP^{-1}PDP^{-1}=PD^nDP^{-1}=PD^{n+1}P^{-1}$$

On a bien montré par récurrence que :

$$\forall n\in\mathbb{N},\ A^n=PD^nP^{-1}$$

d) Comme $Q=P+N$ avec $N=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&-1\\0&-1&1\end{pmatrix}$, on a :

$$Q=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&0&-1\\1&-1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&-1\\0&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&-2\\1&-2&1\end{pmatrix}$$

On en déduit : $PQ=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&0&-1\\1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&-2\\1&-2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&3&0\\0&0&3\end{pmatrix}=3I$.

On a donc $P\left(\frac{1}{3}Q\right)=I$ et ainsi P est inversible avec de plus : $P^{-1}=\frac{1}{3}Q=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&-2\\1&-2&1\end{pmatrix}$.

e) $D^nP^{-1}=\frac{1}{3}D^nQ=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2^n&0&0\\0&(-1)^n&0\\0&0&(-1)^n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&-2\\1&-2&1\end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2^n&2^n&2^n\\(-1)^n&(-1)^n&-2(-1)^n\\(-1)^n&-2(-1)^n&(-1)^n\end{pmatrix}$

$A^n=PD^nP^{-1}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1&1&1\\1&0&-1\\1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2^n&2^n&2^n\\(-1)^n&(-1)^n&-2(-1)^n\\(-1)^n&-2(-1)^n&(-1)^n\end{pmatrix}$

Finalement :

$$A^n=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2^n+2(-1)^n&2^n-(-1)^n&2^n-(-1)^n\\2^n-(-1)^n&2^n+2(-1)^n&2^n-(-1)^n\\2^n-(-1)^n&2^n-(-1)^n&2^n+2(-1)^n\end{pmatrix}$$

4) a) Au départ, le pion est sur le sommet 1 donc $U_0=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$.

b) La formule des probabilités totales associée au système complet d'événements $((X_n=1),(X_n=2),(X_n=3))$ s'écrit :

$$P(X_{n+1}=1)=P(X_n=1)P_{(X_n=1)}(X_{n+1}=1)+P(X_n=2)P_{(X_n=2)}(X_{n+1}=1)+P(X_n=3)P_{(X_n=3)}(X_{n+1}=1)$$

La règle de déplacement du mobile donne les probabilités conditionnelles :

$$P_{(X_n=1)}(X_{n+1}=1)=0,\ P_{(X_n=2)}(X_{n+1}=1)=\frac{1}{2}\ \text{et}\ P_{(X_n=3)}(X_{n+1}=1)=\frac{1}{2}$$

Ceci donne :

$$P(X_{n+1}=1)=\frac{1}{2}P(X_n=2)+\frac{1}{2}P(X_n=3)$$

De même, on trouve :

$P(X_{n+1}=2)=\frac{1}{2}P(X_n=1)+\frac{1}{2}P(X_n=3)$.

$P(X_{n+1}=3)=\frac{1}{2}P(X_n=1)+\frac{1}{2}P(X_n=2)$.

5) a) Matriciellement, les relations précédentes s'écrivent :

$$\begin{pmatrix} P(X_{n+1}=1) \\ P(X_{n+1}=2) \\ P(X_{n+1}=3) \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} P(X_n=1) \\ P(X_n=2) \\ P(X_n=3) \end{pmatrix}$$

On a donc :

$$U_{n+1}=\frac{1}{2}AU_n$$

b) En posant $B=\frac{1}{2}A$, on a donc : $U_{n+1}=BU_n$.

On procède par récurrence :

- Pour $n=0$, on a $B^0U_0=IU_0=U_0$.
- Si l'on suppose pour un certain n de $\mathbb{N}$ que $U_n=B^nU_0$, alors $U_{n+1}=BU_n=B(B^nU_0)=B^{n+1}U_0$

On a bien montré par récurrence que :

$$\forall n\in\mathbb{N},\ U_n=B^nU_0$$

c) D'après ce qui précède, on a $U_n=\frac{1}{2^n}A^nU_0$, c'est-à-dire : $\begin{pmatrix} P(X_n=1) \\ P(X_n=2) \\ P(X_n=3) \end{pmatrix}=\frac{1}{2^n}A^n\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Comme $A^n=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2^n}\begin{pmatrix} 2^n+2(-1)^n & 2^n-(-1)^n & 2^n-(-1)^n \\ 2^n-(-1)^n & 2^n+2(-1)^n & 2^n-(-1)^n \\ 2^n-(-1)^n & 2^n-(-1)^n & 2^n+2(-1)^n \end{pmatrix}$, on en déduit en identifiant :

$P(X_n=1)=\frac{1}{3}\left(1+2\left(\frac{-1}{2}\right)^n\right)$.

$P(X_n=2)=\frac{1}{3}\left(1-\left(\frac{-1}{2}\right)^n\right)$.

$P(X_n=3)=\frac{1}{3}\left(1-\left(\frac{-1}{2}\right)^n\right)$.

On a alors : $E(X_n)=\sum_{k=1}^{3}k\,P(X_n=k)=\frac{1}{3}\left(1+2\left(\frac{-1}{2}\right)^n\right)+\frac{2}{3}\left(1-\left(\frac{-1}{2}\right)^n\right)+\frac{3}{3}\left(1-\left(\frac{-1}{2}\right)^n\right)$

On obtient :

$$E(X_n)=2-\left(\frac{-1}{2}\right)^n$$

6) Comme $\frac{-1}{2}$ appartient à $]-1,1[$, on a $\lim_{n\to+\infty}P(X_n=1)=\lim_{n\to+\infty}P(X_n=2)=\lim_{n\to+\infty}P(X_n=3)=\frac{1}{3}$

La suite $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge en loi vers une variable aléatoire X suivant la loi uniforme sur $[\![1,3]\!]$.

7) a) D'après la question 4b), on a :

$$P(X_{n+1}=1)=\frac{1}{2}P(X_n=2)+\frac{1}{2}P(X_n=3)=\frac{1}{2}(P(X_n=2)+P(X_n=3))$$

Comme $((X_n=1),(X_n=2),(X_n=3))$ est un système complet d'événements, on a :

$$P(X_n=2)+P(X_n=3)=1-P(X_n=1)$$

On en déduit :

$$P(X_{n+1}=1)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}P(X_n=1)$$

b) La suite $(P(X_n=1))_{n\in\mathbb{N}^*}$ est arithmético-géométrique et en considérant le réel x vérifiant $x=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x$, c'est-à-dire $x=\frac{1}{3}$, on obtient : $P(X_{n+1}=1)-x=-\frac{1}{2}(P(X_{n+1}=1)-x)$. La suite $(P(X_n=1)-x)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est géométrique et on a :

$$P(X_n=1)-x=\left(-\frac{1}{2}\right)^n(P(X_1=1)-x)$$

En remplaçant $P(X_1=1)$ par 1 et x par $\frac{1}{3}$, on trouve :

$$P(X_n=1)-\frac{1}{3}=\left(-\frac{1}{2}\right)^n\left(1-\frac{1}{3}\right)$$

Finalement, on a :

$$P(X_n=1)=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

8) a) De la même façon qu'à la question précédente, on trouve :

$$P(X_{n+1}=2)=\frac{1}{2}(1-P(X_n=2))$$

On en déduit $P(X_n=2)-x=\left(-\frac{1}{2}\right)^n(P(X_1=2)-x)$

En remplaçant $P(X_1=2)$ par 0 et x par $\frac{1}{3}$, on trouve :

$$P(X_n=2)-\frac{1}{3}=\left(-\frac{1}{2}\right)^n\left(0-\frac{1}{3}\right)$$

Finalement, on a :

$$P(X_n=2)=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

b) On a $P(X_n=3)=1-P(X_n=1)-P(X_n=2)$ d'où :

$$P(X_n=3)=1-\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)$$

On retrouve bien :

$$P(X_n=3)=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

ADMISSION SUR TITRES EN PREMIERE ANNEE

RAPPORT DE CORRECTION 2019

Epreuve de MATHEMATIQUES

Présentation de l'épreuve.

L'épreuve, longue comme d'habitude, comportait trois exercices, ce qui permettait de juger les candidats sur la presque totalité du programme de l'épreuve : algèbre linéaire, analyse et probabilités. Les correcteurs ont trouvé le sujet adapté et très sélectif (des questions faciles mais aussi des questions très difficiles) tout en respectant scrupuleusement le programme.

- L'exercice 1, portant sur le programme d'analyse, proposait l'étude de la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$f(x)=\begin{cases}\displaystyle\int_1^x \frac{2t\ \ln t}{(1+t^2)^2}dt \text{ si } x>0\\ \dfrac{\ln 2}{2} \text{ si } x=0\end{cases}$$

La fin de l'exercice consistait en le calcul de l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{t\ \ln t}{(1+t^2)^2}dt$.

- L'exercice 2, portant sur le programme de probabilités, avait pour objectif principal d'étudier la partie entière, notée X, puis la « partie décimale », notée Y, d'une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite, et on montrait enfin que X et Y n'étaient pas indépendantes.

- L'exercice 3, portant sur le programme d'algèbre et de probabilités considérait une matrice A dont on demandait la diagonalisation puis avait pour but d'étudier une chaîne de Markov associée à la matrice $B=\dfrac{1}{2}A$.

Statistiques.

Pour les 373 candidats ayant composé :

- La moyenne obtenue à cette épreuve est de 12,13 sur 20, supérieure de 1,4 point par rapport à l'année dernière.
- L'écart-type est environ égal à 5,07 (0,4 point en dessous de celui de l'année dernière).
- La médiane est, quant à elle, égale à 12,3 (1,8 point au dessus de celle de l'année dernière).
- 6,4 % des candidats obtiennent une note inférieure ou égale à 4, ce qui représente 7 points de moins que l'année dernière).
- 23,9 % des candidats ont entre 8 et 12 (4,5 points de moins que l'année dernière).
- 16,9 % des candidats obtiennent une note supérieure ou égale à 18 (4 points de plus que l'année dernière).

Analyse des copies.

Les correcteurs notent que le niveau est bien moins hétérogène que d'habitude, ceci étant certainement dû au nombre de candidats inférieur à celui des années précédentes.

Mis à part, d'un côté, quelques très brillants candidats ayant des connaissances bien supérieures à celles exigées par le programme, et de l'autre, un certain nombre de candidats très mal préparés, moins cependant que par le passé, ayant des notes extrêmement basses (ces candidats connaissent parfois les concepts, souvent mal, et ne les maîtrisent donc pas du tout), les correcteurs trouvent l'ensemble d'un niveau honorable, supérieur à celui de l'année passée, tout en regrettant que de très nombreux candidats, certainement par manque de temps pour préparer cette épreuve, aient fait l'impasse sur les probabilités.

En ce qui concerne la crédibilité des copies, signalons les quelques points suivants pour lesquels elle est mise à mal :

Exercice 1

- La fonction *f* est dérivable en 0 car $f(0)=0$ et on a $f'(0)=0$: signalons que $f'(0)$ n'est pas la dérivée de $f(0)$.
- Deux fonctions ayant la même dérivée sont égales.
- Affirmer sans argument que $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x^2)}{x}=0$ n'a pas été accepté bien que le résultat soit correct.

Exercice 2

- « La fonction φ est paire donc Φ aussi » fournissait le bon résultat mais malheureusement, on n'a jamais vu de fonction de répartition paire…
- Trop peu de candidats ont pensé à traiter la convergence de deux séries pour établir l'existence de l'espérance de *X*.

Exercice 3

- Beaucoup de candidats se mettent hors-sujet en cherchant le polynôme caractéristique de la matrice *A* (qui est de degré 3) alors qu'on demandait un polynôme annulateur de degré 2.
- De trop nombreuses erreurs dans les calculs matriciels ont fortement pénalisé une bonne part des candidats.

Conclusion.

L'épreuve a permis de repérer et de mettre en valeur les candidats les mieux préparés (il y en a de très bons) et les plus aptes à trouver leur place dans des études exigeantes qui nécessitent rigueur et honnêteté intellectuelle.

Nous conseillons, comme par le passé, aux futurs candidats de se préparer d'une façon complète, en essayant de ne négliger aucun point du programme : les trois "compartiments" de ce programme (analyse, algèbre linéaire et probabilités) sont essentiels pour une bonne continuation des études à l'EDHEC.

Pour terminer, les correcteurs rappellent que les candidats doivent s'en tenir strictement aux termes du programme de cette épreuve (disponible sur le site de l'EDHEC).